

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

**УТВЕРЖДЕНО**  
решением Ученого совета ФМИАТ  
от « 21 » мая 2024 г., протокол № 5/24

Председатель \_\_\_\_\_ **Бодков М.А.**  
*подпись* / *цифровая подпись*  
« 21 » мая 2024 г.



### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина	Математический анализ
Факультет	Математики, информационных и авиационных технологий
Кафедра	Прикладной математики
Курс	1

Направление (специальность): **01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль/специализация): Имитационное моделирование и анализ данных

Форма обучения: очная

Дата введения в учебный процесс УлГУ: 1 сентября 2024 г.


Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Кафедра	Должность, ученая степень, звание
Верёвкин А.Б.	ПМ	Доцент, к.ф.-м.н., доцент

<b>СОГЛАСОВАНО</b>
Заведующий выпускающей кафедрой
 / <u>Бутова А.А.</u> / <i>Подпись</i> / <i>ФИО</i> «21» мая 2024 г.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ:

**Цели освоения дисциплины:** освоение основ и методов теории пределов, теории дифференциального и интегрального исчисления; формирование уровня математической культуры, достаточного для понимания и усвоения последующих курсов, базирующихся на данной дисциплине; привитие навыков исследовательской работы.

**Задачи освоения дисциплины:** изучение базовых понятий теории числовых множеств и функций действительного переменного; изучение основных определений и теорем о пределах последовательностей и функций, понятия непрерывности функций; изучение дифференциального исчисления, приложений производной для исследования функций и приближенных вычислений; изучение интегрального исчисления, приложений интегралов в решении различных прикладных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:

Дисциплина «Математический анализ» (Б1.О.19) относится к дисциплинам Обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» Основной Профессиональной Образовательной Программы по направлению подготовки – 01.03.02 Прикладная математика и информатика. Данная дисциплина базируется на входных знаниях, умениях, навыках и компетенциях студента, полученных им в школе. Результаты освоения дисциплины будут необходимы для дальнейшего процесса обучения в рамках поэтапного формирования компетенций при изучении последующих дисциплин – «Дискретная математика», «Физика», «Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление», «Дополнительные главы математического анализа», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дополнительные главы математической статистики», «Численные методы», «Функциональный анализ», «Теория массового обслуживания», «Теория случайных процессов», «Дополнительные главы теории случайных процессов», «Теория случайных блужданий», «Предельные теоремы для семимартингалов», а также для прохождения государственной итоговой аттестации.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
УК-1 – Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	Знать: множества и функции, действительные числа; предел последовательности и функции, непрерывность функции, точки разрыва функции; дифференцируемость функции, дифференциал, производную функции, монотонность функции, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты; первообразную и интеграл Римана функции одной переменной, меру и длину подмножеств вещественных чисел; понятие несобственных интегралов на бесконечном промежутке и от неограниченной функции; свойства и приложения интегралов.
ОПК-1 – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;	

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

	<p>Уметь: вычислять пределы последовательностей, пределы рациональных и иррациональных выражений; находить пределы (раскрывать неопределенности) непосредственно и с помощью табличных эквивалентностей, правила Лопиталья и формулы Тейлора; находить точки разрыва функции и определять их тип; исследовать функции с помощью производной и строить их графики; находить первообразные и интегралы элементарных функций; находить пределы (раскрывать неопределенности) функций многих переменных; находить экстремумы функций многих переменных.</p> <p>Владеть: техникой вычисления пределов последовательностей и функций, техникой нахождения точек разрыва функции; техникой дифференцирования функций одной переменной: применять правило дифференцирования сложной функции, метод логарифмического дифференцирования, дифференцировать параметрически и неявно заданные функции, находить производные высших порядков; техникой интегрирования элементарных функций; техникой дифференцирования функций нескольких переменных: применять правило дифференцирования сложной функции, дифференцировать параметрически и неявно заданные функции, находить дифференциалы высших порядков.</p>
--	---

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего): 9 зачетных единиц.

4.2. Объем дисциплины по видам учебной работы (в часах):

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения: очная)		
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам	
		1	2
1	2	3	4
Контактная работа обучающихся с преподавателем в соответствии с УП	136	72/72	64/64
Аудиторные занятия	136	72/72	64/64
Лекции	68	36/36	32/32
Семинары и практические занятия	68	36/36	32/32
Лабораторные работы, практикумы	–	–	–
Самостоятельная работа	116	36	80
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной	устный опрос, проверка решения	устный опрос, проверка ре-	устный опрос, проверка ре-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

работы: тестирование, контр. работа, коллоквиум, реферат и др. (не менее 2 видов)	задач	шения задач	шения задач
Курсовая работа	–	–	–
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	2 экзамена 72	экзамен 36	экзамен 36
Всего часов по дисциплине	324	144	180

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий в таблице через слеш указывается количество часов работы ППС с обучающимися для проведения занятий в дистанционном формате с применением электронного обучения.

#### 4.3. Содержание дисциплины (модуля). Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения: очная.


Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы, практикумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>1 семестр</b>							
<i>Раздел 1. Введение в математический анализ</i>							
1. Множества и функции	6	2	2			2	устный опрос, проверка решения задач
2. Поле действительных чисел	5	2	1			2	устный опрос, проверка решения задач
3. Предел последовательности	22	6	10			2	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
4. Предел функции	22	6	10			2	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
5. Непрерывные	15	6	3			2	устный

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

функции							опрос, проверка решения задач, са- мостоя- тельная работа
<i>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</i>							
6. Дифференцируемые функции	17	6	5		2	6	устный опрос, проверка решения задач, са- мостоя- тельная работа
7. Основные теоремы дифференциального исчисления	14	6	2		2	6	устный опрос, проверка решения задач
8. Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции.	7	2	3		2	2	устный опрос, проверка решения задач, са- мостоя- тельная работа
Экзамен	36						
Итого	144	36	36		12	36	
<b>2 семестр</b>							
<i>Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной</i>							
9. Первообразные и неопределенный интеграл	18	4	4		2	10	устный опрос, проверка решения задач, са- мостоя- тельная работа
10. Определенный интеграл Римана	18	4	4		2	10	устный опрос, проверка решения задач, са- мостоя- тельная работа
11. Длина и мера числовых подмножеств	16	4	4			8	устный опрос, проверка решения

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

							задач
12. Геометрические приложения интеграла	16	2	4		2	10	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
13. Несобственные интегралы	16	4	4		2	8	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
<i>Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</i>							
14. Вещественные пространства и топология	13	2	3			8	устный опрос, проверка решения задач
15. Вектор-функции многих переменных	11	2	3			6	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
16. Пределы, непрерывность, частные производные и дифференциалы	19	6	3		2	10	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
17. Исследование экстремумов числовых функций с помощью правила множителей Лагранжа	17	4	3		2	10	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
Экзамен	36						
Итого	180	32	32		12	80	
Всего	324	68	68		24	116	

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Раздел 1. Введение в математический анализ.

#### Тема 1. Множества и функции.

Множества и операции над ними. Отношения на множествах. Функции. Простейшая классификация функций. Свойства функций. Функция как отношение. Мощность множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Счетные множества и их свойства. Мощность множества рациональных чисел. Существование несчетных множеств. Континуум. Мощность множества всех подмножеств данного множества.

#### Тема 2. Поле действительных чисел.

Принципы минимума и математической индукции для  $\mathbb{N}$ . Определение поля и упорядоченного поля. Примеры. Грани числовых множеств. Полное поле. Неполнота поля  $\mathbb{Q}$ . Вещественные числа как бесконечные дроби. Плотность  $\mathbb{Q}$  в  $\mathbb{R}$ . Принципы полноты поля  $\mathbb{R}$ . Открытые и замкнутые множества в  $\mathbb{R}$ , их свойства. Понятие секвенциальной компактности. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Понятие компактности. Лемма Бореля-Лебега.

#### Тема 3. Предел последовательности.

Определение предела последовательности. Единственность. Ограниченность сходящейся последовательности. Арифметические свойства. Предельный переход в неравенствах. Фундаментальность. Критерий Коши. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Число  $\varepsilon$ , второй замечательный предел. Подпоследовательность и частичный предел последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Нижний и верхний пределы последовательности, их свойства.

#### Тема 4. Предел функции.

Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Гейне и Коши. Бесконечно малые и финально ограниченные величины. Их свойства. Арифметические свойства предела функции. Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы. Предел функции по базе. Предел композиции функций. Критерий Коши существования предела функции. Сравнение асимптотического поведения функций. Свойства  $o(f)$ ,  $O(f)$ .

#### Тема 5. Непрерывные функции.

Непрерывность функции в точке. Различные определения. Непрерывность основных элементарных функций. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Колебание функции в точке. Критерий непрерывности Бэра. Локальные свойства непрерывных функций: ограниченность, сохранение знака, непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Глобальные свойства: теорема Больцано-Коши о промежуточном значении и ее следствие. Теорема Вейерштрасса о максимальном значении. Критерий непрерывности монотонной функции. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Теорема об обратной функции.

### Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.


#### Тема 6. Дифференцируемые функции.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Примеры вычисления. Односторонние производные. Касательная. Производные суммы, произведения, частного. Дифференцируемость функции в точке. Связь с существованием производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал, его свойства, геометрический смысл. Производная сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

#### Тема 7. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля и теорема Лагранжа о конечном приращении. Теорема Коши. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Локальная формула Тейлора. Формулы Тейлора основных элементарных функций. Оценка остаточного члена. Приближенные вычисления. Правило Лопиталя.

#### Тема 8. Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Условия монотонности функции. Необходимые условия внутреннего экстремума. Достаточные условия экстремума (в том числе в терминах высших производных). Выпуклая функция. Необходимые и достаточные условия выпуклости для дважды дифференцируемой функции. Точки перегиба. Асимптоты кривых. Схема полного исследования функции. Построение графиков.

### **Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.**

#### **Тема 9. Первообразные и неопределенный интеграл.**

Правила неопределенного интегрирования: линейность, замена переменных и подстановка в интеграл, интегрирование по частям. Таблицы интегралов. Интегрирование рациональных функций. Правило Остроградского интегрирования рациональных функций. Подстановки Эйлера.

#### **Тема 10. Определенный интеграл Римана.**

Единственность интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости по Риману. Суммы Дарбу и формулы Дарбу и интеграл Дарбу. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. Свойства интеграла Римана: аддитивность по мере, линейность, замена переменных и интегрирование по частям. Непрерывность и дифференцируемость интеграла Римана, как функции верхнего предела. Интегральные теоремы о среднем.

#### **Тема 11. Длина и мера числовых подмножеств.**

Числовые множества нулевой длины и нулевой меры. Их свойства. Длина и мера числовых подмножеств. Множества, измеримые по Жордану. Множество Кантора и его свойства.

#### **Тема 12. Геометрические приложения интеграла.**

Вычисление площадей фигур, длин линий, заданных явными декартовыми уравнениями, параметрически и в полярных координатах. Нахождение объемов тел вращения и площадей их поверхности. Нахождение центров тяжести фигур и тел, а также – моментов.

#### **Тема 13. Несобственные интегралы.**

Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченных функций, вычисление интегралов. Замена переменной, интегрирование по частям.

Признаки сходимости несобственных интегралов. Абсолютная и условная сходимость.

### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.**

#### **Тема 14. Вещественные пространства и топология.**

Топологические, нормированные и метрические пространства: определения и примеры. Метрики в  $\mathbb{R}^n$ . Полные метрические пространства, полнота  $\mathbb{R}^n$ . Свойства непрерывных отображений метрических пространств. Свойства компактных и секвенциально-компактных подмножеств метрических пространств. Критерий компактности в  $\mathbb{R}^n$ . Связные подмножества топологических пространств. Сохранение связности при непрерывных отображениях. Теорема Больцано. Выпуклые и линейно-связные подмножества в  $\mathbb{R}^n$ .

#### **Тема 15. Вектор-функции многих переменных.**

Вариация вектор-функций. Теорема Жордана о функциях ограниченной вариации. Пути и кривые в  $\mathbb{R}^n$ , длина кривой, касательная к кривой.

#### **Тема 16. Пределы, непрерывность, частные производные и дифференциалы.**

Частные производные и теорема Шварца о равенстве смешанных частных производных. Дифференцируемость функций многих переменных, дифференциал  $dF(x)$  отображения  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  и его свойства. Матрица Якоби  $J_F(x)$ . Достаточное условие дифференцируемости в точке. Теорема о дифференциале сложной функции и «цепное правило» вычисления частных производных. Теорема о дифференциале обратной функции. Формула Тейлора для гладких числовых функций многих переменных. Второй дифференциал числовой функции многих переменных. Формулировки теоремы о локальном диффеоморфизме и теоремы о неявной функции и ее дифференциале. Касательная плоскость к поверхностям в  $\mathbb{R}^n$ , определение и способы задания. Необходимые и достаточные условия функциональной зависимости числовых функ-



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

ций многих переменных.

**Тема 17.** Исследование экстремумов числовых функций с помощью правила множителей Лагранжа.

Локальный экстремум числовой функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия существования локального экстремума в точке. Гладкие многообразия в  $\mathbb{R}^n$ , не особые многообразия. Условный локальный экстремум числовой функции многих переменных, примеры. «Правило множителей» Лагранжа. Достаточный признак условного локального экстремума числовой функции многих переменных.

## 6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

### Раздел 1. Введение в математический анализ.

**Тема 1.** Множества и функции (семинар).

1. Множества и функции.

**Тема 2.** Поле действительных чисел (семинар).

1. Поле действительных чисел.

**Тема 3.** Предел последовательности (семинар).

1. Числовая последовательность, подпоследовательность.
2. Предел последовательности.
3. Вычисление пределов последовательностей.

**Тема 4.** Предел функции (семинар).

1. Предел функции в точке.
2. Раскрытие неопределенностей.
3. Первый замечательный предел.
4. Второй замечательный предел.
5. Вычисление пределов.
6. Эквивалентные бесконечно малые функции.
7. Раскрытие неопределенностей с помощью принципа замены эквивалентных бесконечно малых.

**Тема 5.** Непрерывные функции (семинар).

1. Непрерывные функции.
2. Точки разрыва и их классификация.
3. Равномерная непрерывность функции.
4. Самостоятельная работа по Разделу 1.

### Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

**Тема 6.** Дифференцируемые функции (семинар).

1. Техника дифференцирования.
2. Геометрический смысл производной.
3. Дифференциал.
4. Производные и дифференциалы высших порядков.
5. Формула Лейбница.
6. Решение различных задач по теме.

**Тема 7.** Основные теоремы дифференциального исчисления (семинар).

1. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
2. Формула Тейлора.
3. Раскрытие неопределенностей с помощью правила Лопиталю.
4. Раскрытие неопределенностей с помощью формулы Тейлора.

**Тема 8.** Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции (семинар).

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

1. Нахождение промежутков монотонности, точек экстремума, наибольших и наименьших значений, промежутков выпуклости, точек перегиба.
2. Доказательство неравенств.
3. Исследование функций с помощью производной.
4. Построение графиков функций кривых, заданных параметрически и в полярных координатах.
5. Самостоятельная работа по Разделу 2.

### **Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.**

#### **Тема 9.** Первообразные и неопределенный интеграл (семинар).

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование.
2. Изучение методов интегрирования.
3. Классы интегрируемых функций.

#### **Тема 10.** Определенный интеграл Римана (семинар).

1. Вычисление определенных интегралов Римана с помощью правила Ньютона–Лейбница.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

#### **Тема 11.** Длина и мера числовых подмножеств (семинар).

1. Длина и мера числовых подмножеств.

#### **Тема 12.** Геометрические приложения интеграла (семинар).

1. Нахождение площадей фигур в декартовых координатах с помощью интегрирования.
2. Нахождение площадей фигур в полярных координатах с помощью интегрирования.
3. Нахождение длин кривых в декартовых координатах с помощью интегрирования.
4. Нахождение длин кривых в полярных координатах с помощью интегрирования.
5. Нахождение объемов тел с помощью интегрирования.
6. Нахождение центров тяжести тел и фигур с помощью интегрирования.
7. Нахождение моментов инерции с помощью интегрирования.

#### **Тема 13.** Несобственные интегралы (семинар).

1. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и их вычисление.
2. Замена переменной в несобственных интегралах.
3. Интегрирование по частям.
4. Несобственные интегралы от неограниченных функций и их вычисление.
5. Замена переменной.
6. Интегрирование по частям.
7. Признаки сходимости несобственных интегралов.
8. Абсолютная и условная сходимость.
9. Самостоятельная работа по Разделу 3.

### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.**

#### **Тема 14.** Вещественные пространства и топология (семинар).

1. Топологические, нормированные и метрические пространства: определения и примеры.
2. Полные метрические пространства, полнота  $\mathbb{R}^n$ .
3. Критерий компактности в  $\mathbb{R}^n$ .

#### **Тема 15.** Вектор-функции многих переменных (семинар).

1. Понятие вектор-функции.
2. Функции ограниченной вариации.
3. Пути и кривые.
4. Длина кривой.
5. Касательные к кривым.
6. Решение задач по теме.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

**Тема 16.** Пределы, непрерывность, частные производные и дифференциалы (семинар).

1. Нахождение пределов функций многих переменных.
2. Вычисление частных производных и дифференциалов разных порядков функций многих переменных.
3. Производная и дифференциал сложной функции.
4. Производная неявно заданной функции одной и двух переменных.
5. Разложение функций многих переменных в ряд Тейлора.
6. Применение дифференциалов к приближенным вычислениям
7. Изучение свойств многообразий и построение касательных к ним.

**Тема 17.** Исследование экстремумов числовых функций с помощью правила множителей Лагранжа (семинар).

1. Исследование функций нескольких переменных на экстремум.
2. Нахождение локальных экстремумов, в том числе и условных правилом множителей Лагранжа.
3. Выполнение замены переменных в дифференциальных уравнениях с частными производными.
4. Самостоятельная работа по Разделу 4.

## **7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ, ПРАКТИКУМЫ**

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом.

## **8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ**

Выполнение курсовых работ и рефератов не предусмотрено учебным планом.

*Примерные темы самостоятельных работ по дисциплине «Математический анализ»:*

1. Пределы последовательностей и функций.
2. Производная функции и ее применение.
3. Неопределенный интеграл.
4. Определенный интеграл Римана и его применение.
5. Пределы и непрерывность функций многих переменных.
6. Частные производные и дифференциалы функций многих переменных.
7. Экстремумы функций многих переменных.

## **9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ**

### **1 семестр**

1. Множество действительных чисел. Сравнение действительных чисел. Теорема о точной верхней грани.
2. Приближение действительных чисел рациональными.
3. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества действительных чисел.
4. Определение предела последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.
5. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
6. Свойства пределов последовательностей.
7. Предельный переход в неравенствах. Теорема о двух милиционерах.
8. Монотонные последовательности. Существование предела.
9. Число  $e$ .
10. Принцип вложенных отрезков.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

11. Теорема Гейне-Бореля-Лебега.
12. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
13. Предельные точки последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.
14. Критерий Коши сходимости последовательностей.
15. Предел функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность.
16. Арифметические свойства пределов функций.
17. Непрерывность функций в точке. Арифметические свойства непрерывных функций.
18. Локальные свойства непрерывных функций.
19. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной на отрезке функции.
20. Теорема Вейерштрасса о достижимости минимального и максимального значений непрерывной на отрезке функции.
21. Теорема Вейерштрасса о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции.
22. Теорема о непрерывности обратной функции.
23. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций.
24. Непрерывность простейших элементарных функций. Теорема о непрерывности элементарных функций.
25. Первый замечательный предел.
26. Второй замечательный предел.
27. Определение производной и дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
28. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной.
29. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.
30. Дифференцирование обратной функции.
31. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного функций.
32. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
33. Возрастание (убывание) функции в точке. Локальный экстремум. Необходимое условие экстремума.
34. Теорема Ролля.
35. Теорема Лагранжа о конечных приращениях.
36. Формула Коши.
37. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей вида «ноль на ноль».
38. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей вида «бесконечность на бесконечность».
39. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
40. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
41. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Коши.
42. Формулы Маклорена для основных элементарных функций.
43. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимые условия.
44. Нахождение наклонных асимптот.

## 2 семестр

45. Первообразная и точная первообразная, определения и свойства.
46. Неопределенный интеграл, определение и свойства.
47. Определённый интеграл Римана и его единственность.
48. Необходимое условие интегрируемости функции по Риману.
49. Суммы Дарбу и их свойства. Формулы Дарбу.
50. Зависимость сумм Дарбу от разбиения отрезка. Интегралы Дарбу.
51. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману. Примеры.
52. Числовые множества нулевой длины и их свойства. Примеры.
53. Числовые множества нулевой меры и их свойства. Примеры.
54. Формулировка критерия Лебега интегрируемости по Риману. Следствия.
55. Линейность интеграла Римана.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

56. Аддитивность интеграла Римана по мере.
57. Характеристические функции числовых множеств и их свойства.
58. Длина подмножеств  $R$ . Множества, измеримые по Жордану.
59. Обобщённая аддитивность интеграла Римана по мере.
60. Непрерывность интеграла Римана по верхнему пределу.
61. Дифференцируемость интеграла Римана по верхнему пределу.
62. Признаки существования первообразной и точной первообразной.
63. Формула Ньютона-Лейбница.
64. Замена переменных в определённом интеграле Римана.
65. Интегрирование по частям в определённом интеграле Римана.
66. Интегральные теоремы о среднем.
67. Геометрические приложения определенного интеграла Римана.
68. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
69. Предел последовательности точек евклидова пространства. Предел функции многих переменных. Непрерывность функции многих переменных.
70. Непрерывные функции на компакте.
71. Частные производные. Дифференцируемость. Достаточное условие дифференцируемости. Полный дифференциал. Дифференцирование сложных функций.
72. Частные производные высших порядков. Достаточное условие равенства смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
73. Дифференцирование неявно заданной функции.
74. Геометрические приложения дифференциального исчисления. Уравнение касательной плоскости. Экстремумы функций многих переменных. Условные экстремумы.

## 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ

Форма обучения: очная.

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы ( <i>проработка учебного материала, решение задач, реферат, доклад, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др.</i> )	Объем в часах	Форма контроля ( <i>проверка решения задач, реферата и др.</i> )
<b>1 семестр</b>			
<i>Раздел 1. Введение в математический анализ</i>			
1. Множества и функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач
2. Поле действительных чисел	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач
3. Предел последовательности	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к самостоятельной работе, подготовка к сдаче экзамена	6	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
4. Предел функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к самостоятельной работе, подготовка к сдаче экзамена	6	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
5. Непрерывные функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	6	устный опрос, проверка решения задач

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

	задач, подготовка к самостоятельной работе, подготовка к сдаче экзамена		ния задач, самостоятельная работа
<i>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</i>			
6. Дифференцируемые функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к самостоятельной работе, подготовка к сдаче экзамена	6	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
7. Основные теоремы дифференциального исчисления	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	6	устный опрос, проверка решения задач
8. Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к самостоятельной работе, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
<b>2 семестр</b>			
<i>Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной</i>			
9. Первообразные и неопределенный интеграл	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к самостоятельной работе, подготовка к сдаче зачета	10	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
10. Определенный интеграл Римана	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к самостоятельной работе, подготовка к сдаче зачета	10	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
11. Длина и мера числовых подмножеств	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	8	устный опрос, проверка решения задач
12. Геометрические приложения интеграла	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к самостоятельной работе, подготовка к сдаче зачета	10	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
13. Несобственные интегралы	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к самостоятельной работе, подготовка к сдаче зачета	8	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
<i>Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</i>			
14. Вещественные пространства и топология	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	8	устный опрос, проверка решения задач
15. Вектор-функции многих переменных	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к самостоятельной работе, подготовка к сдаче экзамена	6	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа
16. Пределы, непрерывность, част-	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к самостоятельной ра-	10	устный опрос, проверка реше-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

ные производные и дифференциалы	боте, подготовка к сдаче экзамена		ния задач, самостоятельная работа
17. Исследование экстремумов числовых функций с помощью правила множителей Лагранжа	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	10	устный опрос, проверка решения задач, самостоятельная работа

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### а) Список рекомендуемой литературы

#### основная

- 1.1 Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1981. – 544 с.
- 1.2 Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 2 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1984. – 640 с.
2. Виноградова, И.А. Математический анализ в задачах и упражнениях : учебное пособие для вузов / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. – М. : МГУ, 1991.

#### дополнительная

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М. : Наука, 1990.
2. Максимова, О. Д. Математический анализ в примерах и задачах. Предел функции : учебное пособие для вузов / О. Д. Максимова. — 2-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 200 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-07222-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/442137>
3. Штраус, Л.А. Пределы: методические указания для студентов факультета математики и информационных технологий и факультета управления / Л.А. Штраус, И.В. Барина. – Ульяновск : УлГУ, 2012. – 32 с. – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/236>.
4. Штраус, Л.А. Дифференцирование и исследование функций : учебно-методические указания / Л.А. Штраус, И.В. Барина. – Ульяновск : УлГУ, 2010. – 30 с. – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/223>.

#### учебно-методическая

1. Веревкин А. Б. Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математический анализ» для студентов всех направлений и специальностей ФМИАТ / А. Б. Веревкин, М. С. Гаврилова, Ю. Г. Савинов; УлГУ, Фак. математики, информ. и авиац. технологий. - Ульяновск : УлГУ, 2019. - Загл. с экрана; Неопубликованный ресурс. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 502 КБ). – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/4567>
2. Веревкин А. Б. Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математический анализ» для всех направлений и специальностей ФМИАТ / А. Б. Веревкин, М. С. Гаврилова. - Ульяновск : УлГУ, 2022. - 12 с. - Неопубликованный ре-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

сурс. - URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/13172>. - Режим доступа: ЭБС УлГУ. - Текст : электронный.

Согласовано:

Должность сотрудника научной библиотеки	ФИО	подпись	дата
---	-----	---------	------

**б) Программное обеспечение:** МойОфис Стандартный, Альт Рабочая станция 8.

*в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы*

**1. Электронно-библиотечные системы:**

1.1. Цифровой образовательный ресурс IPRsmart : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Компания «Ай Пи Ар Медиа». - Саратов, [2024]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.2. Образовательная платформа ЮРАЙТ : образовательный ресурс, электронная библиотека : сайт / ООО Электронное издательство ЮРАЙТ. – Москва, [2024]. - URL: <https://urait.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.3. База данных «Электронная библиотека технического ВУЗа (ЭБС «Консультант студента») : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Политехресурс. – Москва, [2024]. – URL: <https://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.4. Консультант врача. Электронная медицинская библиотека : база данных : сайт / ООО Высшая школа организации и управления здравоохранением-Комплексный медицинский консалтинг. – Москва, [2024]. – URL: <https://www.rosmedlib.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.5. Большая медицинская библиотека : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Букап. – Томск, [2024]. – URL: <https://www.books-up.ru/ru/library/> . – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.6. ЭБС Лань : электронно-библиотечная система : сайт / ООО ЭБС Лань. – Санкт-Петербург, [2024]. – URL: <https://e.lanbook.com>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.7. ЭБС Znanium.com : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Знаниум. - Москва, [2024]. - URL: <http://znanium.com> . – Режим доступа : для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

**2. КонсультантПлюс** [Электронный ресурс]: справочная правовая система. / ООО «Консультант Плюс» - Электрон. дан. - Москва : КонсультантПлюс, [2024].



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

**3. Базы данных периодических изданий:** eLIBRARY.RU: научная электронная библиотека : сайт / ООО «Научная Электронная Библиотека». – Москва, [2024]. – URL: <http://elibrary.ru>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный

**4. Федеральная государственная информационная система «Национальная электронная библиотека» :** электронная библиотека : сайт / ФГБУ РГБ. – Москва, [2024]. – URL: <https://нэб.рф>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

**5. Российское образование** : федеральный портал / учредитель ФГАУ «ФИЦТО». – URL: <http://www.edu.ru>. – Текст : электронный.

**6. Электронная библиотечная система УлГУ :** модуль «Электронная библиотека» АБИС Мега-ПРО / ООО «Дата Экспресс». – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

Согласовано:

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_  
Должность сотрудника УИТТ / ФИО / подпись / дата

## 12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

Аудитории для проведения лекций, семинарских занятий, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, групповых и индивидуальных консультаций.

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде, электронно-библиотечной системе. Перечень оборудования, используемого в учебном процессе, указывается в соответствии со сведениями о материально-техническом обеспечении и оснащённости образовательного процесса, размещёнными на официальном сайте УлГУ в разделе «Сведения об образовательной организации».

## 13. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

– для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдо-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

переводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий, организация работы ППС с обучающимися с ОВЗ и инвалидами предусматривается в электронной информационно-образовательной среде с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

Разработчик

  
подпись

доцент

должность

Верёвкин А.Б.

ФИО